

EPREUVE DE PHYSIQUE SERIE C

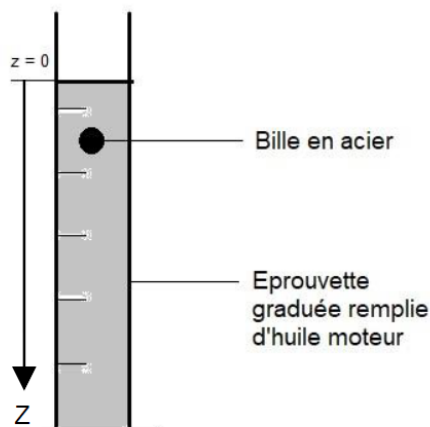
Concours du 19 juillet 2025 03H00

Exercice 1 : Le viscosimètre à chute de bille (6 pts)

La viscosité d'une huile, notée η , est un paramètre exprimé en $kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$, dont la connaissance est essentielle pour toute utilisation de cette huile. Cet exercice propose un exemple de méthode de mesure de la valeur de la viscosité d'une huile de moteur Diesel du commerce.

Pour réaliser cette mesure, on utilise un « viscosimètre à chute de bille », constitué d'une éprouvette remplie d'huile de moteur dans laquelle est lâchée une bille métallique sphérique.

On se place dans le référentiel terrestre supposé galiléen et la bille est lâchée sans vitesse initiale depuis la position $z = 0$.



Données :

- Rayon de la bille utilisée : $R = 1,1 \text{ cm}$.
- Volume de la bille : $V = 5,6 \text{ cm}^3 = 5,6 \times 10^{-6} \text{ m}^3$.
- Masse de la bille métallique : $m = 20,1 \text{ g}$.
- Masse volumique de l'huile étudiée : $\rho_{\text{huile}} = 8,40 \times 10^2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.
- Intensité de la gravitation : $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

1. Faire un schéma des forces s'appliquant sur la bille. Exprimer le poids de la bille en fonction de m et g puis calculer sa valeur. Calculer de même la valeur de la poussée d'Archimède $\vec{\Pi}$ et justifier que la bille d'acier tombe dans l'huile quand on la lâche en $z = 0$ avec une vitesse initiale nulle.
2. En utilisant le principe fondamental de la dynamique, établir la relation liant le vecteur accélération \vec{a} , les forces s'exerçant sur la bille \vec{f} (force de frottement fluide exercée par l'huile sur la bille), \vec{P} (poids de la bille), $\vec{\Pi}$ et la masse m de cette bille.

$f = 6\pi\eta Rv$, où v est la valeur de la vitesse de la bille, η est la viscosité de l'huile et R le rayon de la bille.

3. On note v la fonction définie sur $[0; +\infty[$ comme la projection du vecteur vitesse \vec{v} sur l'axe (Oz). Montrer que v vérifie l'équation différentielle.

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{6\pi\eta Rv}{m} + g - \frac{\rho_{\text{huile}} V g}{m} \quad (1)$$

En explicitant les valeurs numériques, on admet que v est solution de l'équation différentielle (E) suivante où (t) est exprimée en $m.s^{-1}$ et t en s :

$$(E): \quad \frac{dv}{dt} = -6,8v + 7,5$$

Exercice 2 : (5 pts)

Une substance radioactive dont la demi-vie est de 10 s émet initialement $2 \cdot 10^7$ particules α par seconde.

1. Calculer la constante de désintégration de la substance.
2. Quelle est l'activité de cette substance ?
3. Initialement, combien y a-t-il en moyenne de noyaux radioactifs ?
4. Combien restera-t-il en moyenne de noyaux radioactifs après 30 s ?
5. Quelle sera alors l'activité de la substance ?

Exercice 3 : (2 pts)

Un corps sphérique de rayon r se déplace dans un fluide au repos à la vitesse \vec{v} . Le fluide lui oppose une force de résistance $\vec{F} = -6\pi\eta r\vec{v}$ où η est le coefficient de viscosité du fluide. Déterminer la dimension et l'unité dans le système international du coefficient de viscosité.

Exercice 4 : (5 pts)

Les satellites jouent désormais un rôle important à la fois sur les plans économiques (télécommunications, positionnement, prévision météorologique), militaires (renseignement) et scientifiques (observation astronomique, microgravité, observation de la Terre, océanographie, altimétrie). On désigne par \mathcal{R}_G un référentiel dont l'origine coïncide avec le centre T de la Terre et dont les axes sont dirigés vers trois étoiles fixes de la sphère céleste. Dans ce référentiel que l'on suppose galiléen, la Terre est animée d'un mouvement de rotation uniforme de vecteur vitesse de rotation Ω . La Terre, de masse M , est supposée sphérique de rayon R et parfaitement homogène. Un satellite de masse m , supposé ponctuel et exclusivement soumis à la force de gravitation de la Terre, est placé sur une orbite circulaire à une altitude h .

1. L'application du théorème du moment cinétique au satellite en T dans \mathcal{R}_G montre que sa trajectoire dans \mathcal{R}_G .
 - a. Est plane et contient le centre de la Terre.
 - b. Est plane et doit nécessairement contenir l'axe des pôles
 - c. Est plane et parallèle au plan équatorial.
 - d. Est plane et doit nécessairement contenir le plan équatorial.

2. Calculer la vitesse v_0 du satellite sur sa trajectoire dans \mathcal{R}_G en fonction de son altitude h. On désigne par G la constante de gravitation universelle.
 - a. $v_0 = G \sqrt{\frac{M}{R+h}}$
 - b. $v_0 = G \sqrt{\frac{M}{h}}$
 - c. $v_0 = \sqrt{\frac{MG}{R+h}}$
 - d. $v_0 = \sqrt{\frac{MG}{h}}$

3. Calculer la période de révolution T_0 du mouvement du satellite en fonction de son altitude.
 - a. $T_0 = 2\pi \frac{MG}{\sqrt{(R+h)^3}}$
 - b. $T_0 = 2\pi \frac{\sqrt{(R+h)^3}}{MG}$
 - c. $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{MG}{R+h}}$
 - d. $T_0 = \sqrt{\frac{(R+h)^3}{MG}}$

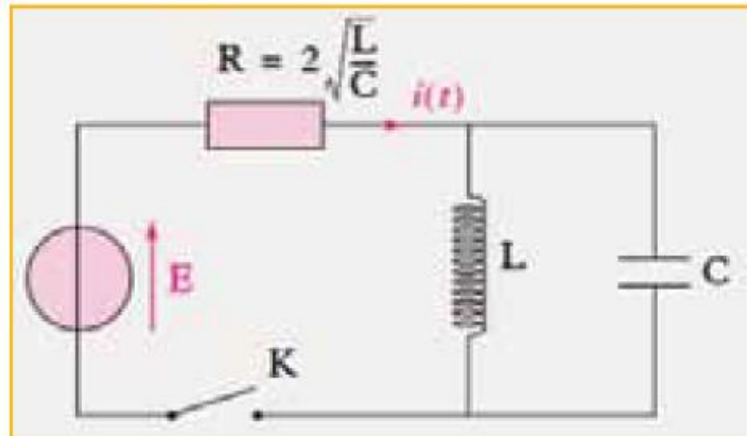
4. Calculer l'énergie mécanique \mathcal{E}_{mt} du satellite sur sa trajectoire dans \mathcal{R}_G .
 - a. $\mathcal{E}_{mt} = \frac{m.M.G}{R+h}$
 - b. $\mathcal{E}_{mt} = -\frac{m.M.G}{2(R+h)}$
 - c. $\mathcal{E}_{mt} = \frac{m.M.G}{2(R+h)}$
 - d. $\mathcal{E}_{mt} = -\frac{m.M.G}{R+h}$

5. Calculer l'énergie mécanique \mathcal{E}_{ms} du satellite lorsqu'il est immobile au sol en un point M de la Terre situé à la latitude λ .
 - a. $-\frac{m.M.G}{R} + \frac{1}{2}mR^2\Omega^2 \sin^2 \lambda$

- b. $\frac{m.M.G}{2R} + \frac{1}{2}mR^2\Omega^2 \cos \lambda$
- c. $-\frac{m.M.G}{R} + \frac{1}{2}mR^2\Omega^2 \cos^2 \lambda$
- d. $\frac{m.M.G}{2R} + \frac{1}{2}mR^2\Omega^2 \sin \lambda$

Exercice 5 : (3pts)

On considère le circuit ci-dessous, dont l'interrupteur K est fermé à l'instant $t=0$.



Sachant que : $i(0^+) = \frac{E}{R}$ et que $\frac{di(0^+)}{dt} = -\frac{E}{R^2C}$

- a. Démontrer que l'équation différentielle en $i(t)$ peut s'écrire : $LC \frac{d^2i}{dt^2} + \frac{L}{C} \frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R}$
- b. Déterminer l'expression de $i(t)$.